

**Tentti 3.4.2004**

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

**Vain funktiolaskimia saa käyttää.**

1. a) Määritä lausekkeen  $\arctan(\sin(x^2))$  suurin arvo välillä  $0 \leq x \leq \sqrt{\pi}$ .  
b) Määritä raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\cos x - 1}.$$

2. Laske integraalit

$$\int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}) dx \quad \text{ja} \quad \int_0^1 \frac{x}{(1+x)(2+x)} dx.$$

Vihje: Sijoita  $u = \sqrt{x}$  ensimmäiseen integraaliin.

3. Urheiluhallin poikkileikkausten pinta-alat mitattiin 10 m välein, jolloin tulokseksi saatiin 0, 220, 400, 500, 540, 500, 400, 220, 0 m<sup>2</sup>. Arvioi hallin tilavuutta käyttämällä jotakin numeerista integroimismenetelmää.
4. Määritä sen tason yhtälö, joka kulkee pisteiden (1, 2, -1), (-1, 3, 2) ja (2, 4, 2) kautta.
5. Määritä matriisin

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot ja kahta suurinta ominaisarvoa vastaavien ominaisvektoreiden välinen kulma.

**Numeerisia integroimismenetelmiä:**  $x_k = a + kh$ ,  $y_k = f(x_k)$ .

**Trapetsimenetelmä:**

$$\int_a^b f(x) dx \approx T_n = h(y_0/2 + y_1 + y_2 + \cdots + y_{n-1} + y_n/2).$$

**Simpsonin menetelmä:**  $n$  parillinen,

$$\int_a^b f(x) dx \approx S_n = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \cdots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n).$$