

Teknillinen korkeakoulu

Mat-1.1410 Matematiikan peruskurssi P1, syksy 2006

Turunen

Välikoe 3. 19.12.2006 klo 9–12

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!

Huom: Ellei sinulla ole laskinta, voit laskea tarkoilla arvoilla.

1. a) Olkoon $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3$, kun $x \in \mathbb{R}$. Laske funktion f Taylor-polynomi astetta 2, kun kehityskeskuksena on $+1$.

b) Laske $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx$.

2. a) Selitä lyhyesti, kuinka derivointi ja määrätty integraali liittyvät toisiinsa (Mitä sanoo *Analyysin peruslause* eli *Fundamental Theorem of Calculus*?).

- b) Olkoon $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jatkuva funktio, jolle

$$\int_0^x f(t) dt = 0$$

kaikilla $x \in \mathbb{R}$. Laske $f(2006)$.

3. a) Laske

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \sin(2x) dx.$$

- b) Laske

$$\int \frac{x^3 - 1}{x^2 + x} dx.$$

4. a) Olkoon $-1 < a < b < 1$. Kirjoita käyrän

$$\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b, y = \sqrt{1 - x^2} \right\}$$

pituus integraalina.

- b) Laske Simpsonin säännöllä likiarvo integraalille

$$\int_0^{1/2} \sqrt{\frac{1}{1 - x^2}} dx,$$

kun integroimisväli jaetaan neljään osaan. Virhearviota ei tarvitse laskea. (Vihje: kertoimet 1, 4, 2, 4, 2, ..., 4, 2, 4, 1 saattavat virkistää muistia).