

**Tentti** 7.1.2003

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

**Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!**

1. a) Määritä sarjan  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n}$  summa.  
b) Suppeneeko sarja  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2^n}$ ? Perustele vastauksesi.  
c) Määritä potenssisarjan  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} x^n$  suppenemissäde.
2. a) Ratkaise differentiaaliyhtälöön  $y' = xy^2$  liittyvä alkuarvotehtävä  $y(0) = 1$ .  
b) Määritä a-kohdan ratkaisun likiarvo pisteessä  $x = 1$  käyttämällä Eulerin numeerista ratkaisumenetelmää neljällä askeleella.
3. Ratkaise differentiaaliyhtälöön  $y'' - 4y = 1 - x$  liittyvä alkuarvotehtävä  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .
4. Määritä funktion  $f(x, y) = 2x^2 + 5y^2 + 4xy - 2x - 2y$  paikalliset ääriarvokohdat ja niiden tyypit.
5. a) Laske integraali  $\iint_D f(x, y) dA$ , kun  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 2\}$  ja  $f(x, y) = xy + 5y$ .  
b) Laske viivaintegraali

$$\int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r},$$

kun  $\mathbf{f}(x, y, z) = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + \mathbf{k}$  ja  $C$  on pisteestä  $(2, 0, 0)$  pisteeseen  $(-2, 0, 0)$  kulkeva ympyrän kaari  $\{x^2 + y^2 = 4, z = 0, y \geq 0\}$ .