

Tentti 16.5.2003

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!**Valitse viisi tehtävää seuraavista!**

- Määritä yleisen termin a_n lauseke, kun $a_{n+1} - 3a_n = 4n$ ja $a_0 = 3$.
 - Millä muuttujan $x \in \mathbf{R}$ arvoilla potenssisarja $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n} x^n$ suppenee?
- Ratkaise alkuarvotehtävä $y' = -4\sqrt{y}$, $y(0) = 400$
 - tarkasti;
 - numeerisesti Eulerin menetelmällä pisteessä $x = 2$ käyttämällä askelpituutta $h = 0,5$.
- Ratkaise alkuarvotehtävä $y'' - 7y' + 6y = 100 \sin 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
- Olkoon $f(x, y) = x^3 - 3xy + 8y^3$.
 - Mihin suuntaan funktio f kasvaa nopeimmin pisteessä $(1, 2)$?
 - Määritä funktion f suurin ja pienin arvo kolmiossa $\Delta = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x \leq 1, y \leq 1, y \geq -x\}$.
- Laske napakoordinaattimuunnoksen $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ Jacobin determinantti.
 - Tasoalue D on määritelty napakoordinaattien avulla muodossa $r \leq 2 + \sin \theta + \cos \theta$, missä $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Määritä joukon D pinta-ala A .
- Laske funktion $f(x, y, z) = xyz$ integraali yli joukon $D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.
Vihje: Pallokoordinaatistossa on $x = \rho \sin \varphi \cos \theta$, $y = \rho \sin \varphi \sin \theta$, $z = \rho \cos \varphi$.

Eräitä kaavoja:

- $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$
- $\cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$