

Mat-1.1420 Matematiikan peruskurssi P2

1. välikoe 20.2.2006

Täytä selvästi *jokaiseen vastaupaperiin* kaikki otsaketiedot.**Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!**

1. a) Olkoon $w = \frac{3-5i}{2+i}$. Laske w^2 ja anna vastaus muodossa $w^2 = a+bi$, missä $a, b \in \mathbb{R}$.
b) Ratkaise yhtälö $z^4 = -1 + i\sqrt{3}$.
2. Määritä sen ellipsin yhtälö, jonka polttopisteet ovat $(1, 1)$ ja $(-1, -1)$ ja joka kulkee pisteiden $\pm(2, 2)$ kautta. (Ellipsi kulkee myös pisteiden $\pm(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ kautta.)
3. L_1 ja L_2 ovat tason suoria ja lineaarikuvaus $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ on L_1 :n suuntainen projektio L_2 :lle. Kuvauksen f matriisi on $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$.
a) Määritä suorien L_1 ja L_2 yhtälöt.
b) Osoita, että suoran L_1 pisteet \bar{x} toteuttavat $f(\bar{x}) = \bar{0}$, ja että suoran L_2 pisteet \bar{x} toteuttavat $f(\bar{x}) = \bar{x}$. (Tämä varmistaa, että f on todella projek-tio.)
4. a) Määritä matriisin $A = \begin{pmatrix} -10 & 18 \\ -6 & 11 \end{pmatrix}$ ominaisarvot ja ominaisvektorit.
b) Jono x_0, x_1, \dots määritellään ehdoilla $x_0 = 270$ ja $x_{n+1} = \frac{1}{2}x_n + 7$ kaikilla n . Laske x_{12} tekemällä rekursiokaavaan ensin sijoitus $x_n = u_n + 14$ (kaikilla n).