

Mat-1.1420 Matematiikan peruskurssi P2

2. välikoe 27.3.2007

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja.

1. Määritä alkuarvottehtävän $y'' + 3y' - 10y = 100x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$, ratkaisu.
2. Parametrisoitu tasokäyrä $x = \cos t$, $y = \sin(2t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, muistuttaa ∞ -merkkiä.
 - a) Käyrä leikkaa itseään origossa ($t = \pi/2$ ja $t = 3\pi/2$). Laske vastavien tangenttivektoreiden välinen kulma.
 - b) Määritä käyrän kaarenpituus integraalina. (Integraalin arvoa ei tarvitse laskea, mutta lausekkeet täytyy sijoittaa oikein)
3. Funktio $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ on kaksi kertaa jatkuvasti derivoituva ja $f_x(1, 1) = 2$, $f_y(1, 1) = 3$ sekä $f_{xx}(1, 1) = f_{xy}(1, 1) = f_{yy}(1, 1) = 0$. Määritellään napakoordinaattien avulla uusi funktio $F(r, \theta) = f(r \cos \theta, r \sin \theta)$. Laske osittaisderivaatat F_r , F_θ ja $F_{r\theta}$ pisteessä $(r, \theta) = (\sqrt{2}, \pi/4)$.
4. Olkoon $f(x, y) = xy^3 - x^2y$ ja $\mathbf{a} = (1, 1)$.
 - a) Määritä jokin konkreettinen yläraja virheelle $|\Delta f| = |f(\mathbf{a} + \mathbf{h}) - f(\mathbf{a})|$, kun $|\mathbf{h}| \leq 0,1$.
 - b) Missä \mathbf{h} -suunnassa virheen vahvistumiskerroin (= häiriöalttius)

$$\frac{|\Delta f|}{|\mathbf{h}|}$$

on suurin mahdollinen, ja kuinka suuri?

Vihje: Tehtävässä voi käyttää differentiaalia, vaikka se antaakin vain funktion muutoksen lineaarisen osan.