

Mat-1.1420 Matematiikan peruskurssi P2

3. välikoe 7.5.2007

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja.

1. Määritä pinnan $z = \sin x + \cos y$

a) kaltevuuskulma pisteessä $(0, 0, 1)$;

b) suurin mahdollinen kaltevuuskulma.

Lisätieto: Kaltevuuskulmalla tarkoitetaan pinnan ylänormaalin ja vektorin \mathbf{k} välistä kulmaa.

2. Olkoot $x, y, z > 0$ ja $xyz = 1$. Osoita, että

$$x + y + z \geq 3.$$

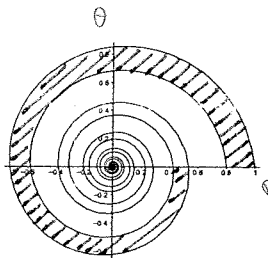
Vihje: Tutki lausekkeen $x + y + z$ ääriarvoja ehdolla $xyz = 1$.

3. a) Olkoon

$$D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 4\}.$$

Laske funktion $f(x, y) = x + y$ integraali tasoalueen D yli.

b) Spiraalin kaaret $r = e^{-\theta/10}$ ja $r = (4/5) \cdot e^{-\theta/10}$, missä $0 \leq \theta \leq 2\pi$, rajaavat erään tasoalueen (napakoordinaattien avulla). Määritä sen pinta-ala.



4. a) R -säteisen pallon B lämpötila $T = T(\rho)$ laskee lineaarisesti keskipisteestä mitatun etäisyyden ρ funktiona arvosta 100 ($\rho = 0$) arvoon 0 ($\rho = R$). Määritä funktion $T(\rho)$ lauseke ja laske pallon keskilämpötila

$$\frac{1}{V} \iiint_B T \, dV.$$

b) Määritä ohuen R -säteisen puolipallonkuoren

$$P = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0\}$$

keskiön z -koordinaatti

$$\bar{z} = \frac{1}{A} \iint_P z \, dS.$$

Vihje: Oletetaan tunnetuksi, että $V = \frac{4\pi}{3} R^3$ ja $A = 2\pi R^2$. Pallon pinnalla $z = R \cos \varphi$.

Huom: Vastaa kurssin kotisivulla olevaan kyselyyn! Aikaa vielä loppuviikko.