

Mat-1.402 Peruskurssi L2

3. välikoe 7.5.2001

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kuulustelukoodi -kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. ★-kohta jätetään tyhjäksi. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä.

1. Homogeeninen teräslevy on kappale

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \min\{\sqrt{x}, (x-2)^2\}, -\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2} (d > 0)\}.$$

Määritä kappaleen painopiste (x_0, y_0, z_0) .

2. Laske sykloidin kaaren $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $t \in [0, 2\pi]$ kaarenpituus.
3. Lämpövirtakenttä \vec{F} (yksikkö W/m^2) toteuttaa energiataseyhtälön $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \rho$, missä ρ on lämpölähteen tiheys (yksikkö W/m^3). Määritä lämpövuoto $\Phi = \int_A \vec{F} \cdot d\vec{a}$ (yksikkö W) kun $\rho(x, y, z) = e^{-x/R}$, $A = \partial V$ ($= V$:n reunapinta) ja V =origokeskinen R -säteinen pallo.
4. Funktio

$$f(x) = \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

taulukoidaan pisteissä $x_i = ih$, $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, ja muissa pisteissä käytetään toisen asteen interpolaatiota. Kuinka suuri voi h enintään olla, jotta interpolointivirhe olisi kaikkialla enintään 10^{-6} ?

1. Kroppen

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \min\{\sqrt{x}, (x-2)^2\}, -\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2} (d > 0)\}.$$

är en homogen stålskiva. Bestäm kroppens tyngdpunkt (x_0, y_0, z_0) .

2. Beräkna båg­längden hos cykloidbågen $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $t \in [0, 2\pi]$.
3. Värmeflödesfältet \vec{F} (enhet W/m^2) satisfierar energibalans­ekvationen $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \rho$, där ρ är värmekällans täthet (enhet W/m^3). Bestäm värmeflödet $\Phi = \int_A \vec{F} \cdot d\vec{a}$ (enhet W) om $\rho(x, y, z) = e^{-x/R}$, $A = \partial V$ ($= V$:s randyta) och V =ett klot med radien R och mittpunkten i origo.

4. Funktionen

$$f(x) = \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

tabelleras i punkterna $x_i = ih$, $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, och i andra punkter används andra gradens interpolation. Hur stort får h som mest vara, för att interpolationsfelet överallt skall vara högst 10^{-6} ?