

Mat-1.402 Peruskurssi L2

Tentti 7.1.2002

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kuulustelukoodi -kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. ★-kohta jätetään tyhjäksi. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä.

1. Matriisit \underline{A} , \underline{B} ovat molemmat kokoa $n \times n$, symmetrisiä, ortogonaalisia ja kommutoivat keskenään. Laske matriisi

$$\underline{C} = (2\underline{A} + \underline{B})(\underline{B} - 2\underline{A})$$

2. Ratkaise optimointitehtävä

$$\sum_{k=1}^{10} kx_k = \max!$$

ehdolla

$$\sum_{k=1}^{10} x_k^2 = 1$$

3. Differentiaaliyhtälöllä $y''y^3 + 1 = 0$ on pisteen $x = 0$ ympäristössä yksikäsitteinen ratkaisu, joka toteuttaa ehdot $y(0) = y'(0) = 1$. Määritä tämä ratkaisu.

4. Laske vektorikentän

$$\vec{F} = x^3 \vec{i} - y \vec{j} + z \vec{k}$$

vuon pallopinnan $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ läpi.

5. Γ -funktio määritellään

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, \quad x > 0$$

a) Laske $\Gamma(1)$ ja $\Gamma(2)$ (osittaisintegrointi!)

b) Γ -funktio saavuttaa minimiarvonsa välillä $[1,2]$. Määritä minimiarvo likimäärin käyttäen kvadraattista interpolointia, kun tiedetään lisäksi, että $\Gamma(\frac{3}{2}) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$