

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:

- 1) opintojakson nimi, välikokeen numero (jos välikoe), päiväys;
- 2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
- 3) koulutusohjelma (Aut, Inf, Tfy, Tik, Tuo, Säh, Kon, Kem, Mak, Puu, Ark, Maa, Mar, Ryk);
- 4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
- 5) nimikirjoitus

1. Ratkaise differentiaaliyhtälösystemi

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} y(t), \quad y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2.

- (a) Kirjoita differentiaaliyhtälö $y''(t) + y'(t)^2 + y(t)y'(t) + y(t)^2 = 1$ ensimmäisen kertaluvun differentiaaliyhtälösysteminä.
- (b) Määritä differentiaaliyhtälösystemin

$$\begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y(t) \\ 1 + y(t)^2 - x(t)y(t) - x(t)^2 \end{pmatrix}$$

asymptoottisesti stabiilit vakioratkaisut.

3. Ratkaise numeerisesti differentiaaliyhtälö $y'(x) = -y(x)^2 + x$, $y(0) = 1$ Eulerin parannetulla menetelmällä ja Runge-Kuttan (4. kertaluvun) menetelmällä laskemalla yksi askel askelpituudella $h = 0.2$.

4.

- (a) Määritä luku N siten, että jos sarjan $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n - n}$ summaa approksimoidaan laskemalla yhteen N ensimmäistä termiä, niin virheen itseisarvo on korkeintaan 10^{-4} .
- (b) Kirjoita funktio $f(x) = \ln(1 + 2x^2)$ muodossa $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. Voidaanko sarjan avulla, integroimalla termeittäin, laskea integraali $\int_0^1 f(x) dx$? (Perustele, mutta integraalia ei tarvitse laskea.)