

Tfy-0.101 Fysiikka I (TFY,G) osatentti IA 27.10.2003

1. Hiukkanen, jonka massa on  $m$ , liikuu kitkattomasti pitkin  $R$ -säteisen vaakasuoran sylinterin pintaa sylinterin akselin normaalitasossa (kuva 1).

a) Kirjoita hiukkasen liikeyhtälö napakoordinaatistossa  $O\hat{r}\hat{e}_\theta$ .

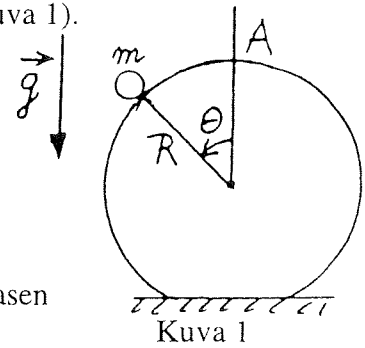
Kiihtyvyys  $\mathbf{a}$  on muotoa

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{e}_\theta$$

(piste merkitsee derivaattaa ajan suhteen).

b) Määritä hiukkasen nopeus ja tukivoima napakoordinaattien funktiona, kun hiukkanen lähtee levosta liikkeelle pisteestä A.

c) Määritä piste, missä hiukkanen irtoaa sylinteripinnalta ja hiukkasen nopeus tässä pisteessä.



Kuva 1

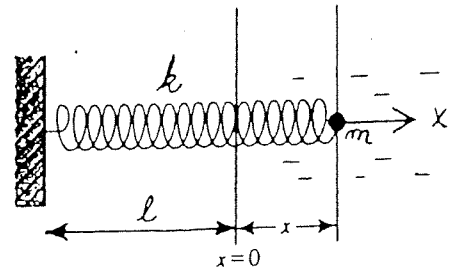
2. Hiukkaseen (massa =  $m$ ) vaikuttaa keskeisvoima  $-f(r)\hat{r}$ , missä  $\hat{r}$  on hiukkasen paikkavektori ja  $f(r)$  on positiivinen  $r$ :n funktio.

a) Osoita, että hiukkasen liikemäärän momentti on (liike)vakio.

b) Liikkuuko hiukkanen tasossa? Perustelee.

c) Osoita, että hiukkasen liikkeelle on voimassa Keplerin 2. laki (mikä?).

3. Kuvan 2 mukainen harmoninen oskillaattori koostuu painottomasta (kierukka)jousesta, jonka jousivakio =  $k$  ja pituus venymättömänä =  $\ell$ , sekä jousen päähän kiinnitetystä hiukkasesta, jonka massa =  $m$ . Hiukkanen pääsee liikkumaan pitkin  $x$ -akselia ja siihen vaikuttaa väliaine vastusvoimalla  $-b\vec{v}$ , missä  $b$  on positiivinen vakio ja  $\vec{v}$  hiukkasen nopeus. Kirjoita systeemin liikeyhtälö ja etsi sille yleinen ratkaisu sopivaa yritettä käyttäen pienen vaimennuksen tapauksessa, jolloin  $b^2 / (4m^2) < k / m$ . Totea, että yleinen ratkaisu lähestyy harmonisen oskillaattorin yleistä ratkaisua, kun vaimennus katoaa eli  $b$  lähestyy nollaa.



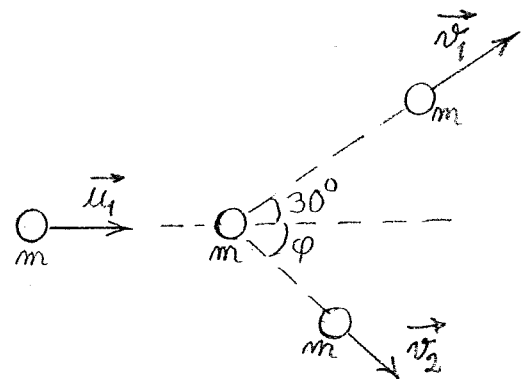
Kuva 2

4. Osoita, että hiukkaseen (massa =  $m$ ) vaikuttavan resultanttivoiman  $\mathbf{F}$  tekemä työ  $W_{A \rightarrow B}$ , kun hiukkanen kulkee pisteestä A pisteeseen B liikerataa pitkin, voidaan aina kirjoittaa liike-

$$\text{energioitten erotuksena: } W_{A \rightarrow B} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2.$$

5. Hiukkanen (massa =  $m$ ) törmää nopeudella  $\vec{u}_1$  levossa olevaan identtiseen hiukkaseen (massa =  $m$ , katso kuvaa 3). Tiedetään, että törmäyksessä katoaa  $3/8$  systeemin alkuperäisestä energiasta ja että törmäyksen jälkeen törmäävän hiukkasen nopeus  $\vec{v}_1$  on  $30^\circ$ : een kulmassa alkuperäiseen nopeuteen  $\vec{u}_1$  nähden. Laske törmänneen hiukkasen nopeuden  $\vec{v}_1$  suuruus  $u_1$ :n funktiona.

Ohje: Eliminoi  $\phi$  neliöön korotuksella ja käyttämällä tunnettua trigonometrista relaatiota  $\sin^2\phi + \cos^2\phi = 1$ .



Kuva 3